

УДК 517.518.45
ББК 22.16
А 70

Рецензенты:

Г.И. Попов доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой естественнонаучных дисциплин ФГБОУ ВПО «Российский государственный университет физической культуры, спорта, молодёжи и туризма (ГЦОЛИФК)»

А.Н. Тамбовский доктор педагогических наук, профессор, проректор по научной работе ФГБОУ ВПО «Московская государственная академия физической культуры»

Шмелёв П.А., Шмелёва Г.А., Фураев А.Н.

А 70: «Элементы математического анализа».

Учебное пособие по Высшей математике для вузов Физической культуры – М.: МГАФК, 2014 – 187 с.: ил.

Содержание пособия соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования третьего поколения по дисциплине «Высшая математика» для вузов физической культуры. Оно содержит элементы дифференциального и интегрального исчисления, начала теории дифференциальных уравнений.

Предназначено для бакалавров и магистров вузов физической культуры.

Пособие подготовлено на кафедре биомеханики и информационных технологий.

Утверждено научно – методическим советом МГАФК в качестве учебного пособия

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие по математическому анализу представляет собой 2-ую часть учебного пособия по Высшей Математике для вузов Физической Культуры. Это 2-ое издание, дополненное и частично переработанное. Студенты вузов Физической Культуры учатся в особом режиме: вынуждены отвлекаться от учебы из-за постоянных обязательных тренировок, сборов, соревнований. Для освоения сложной теории и практики высшей математики в таком режиме, для того, чтобы математика стала необходимым практическим инструментом в их профессиональной деятельности, подготовлено настоящее пособие. Авторы старались изложить материал доступным, кратким и четким языком, подобрать наглядные демонстрационные примеры, применяемые в профессиональной области.

Во вторую часть пособия вошли разделы: Функция. Пределы функций. Непрерывность функций. Элементы дифференциального и интегрального исчисления. Начала теории дифференциальных уравнений.

Каждый раздел подразделен на главы, а каждая глава - на параграфы.

Формулы, приведенные в книге, имеют сквозную нумерацию. Однако, часть формул, на которые имеются ссылки только в данном параграфе и которые, как правило, фиксируют промежуточные результаты в выкладках, обозначены прописными буквами русского алфавита (в каждом параграфе эти обозначения повторяются).

В книге приняты следующие обозначения:

N -множество натуральных чисел;

Z -множество целых чисел;

R -множество действительных чисел.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам рукописи за замечания, способствующие улучшению пособия.

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. ФУНКЦИЯ

1. Множество.....	7
2. Операции над множествами.....	9
3. Общее определение функции.....	12
4. Действительная функция действительной переменной и способы ее задания.....	14
5. Область определения функции, заданной аналитическим способом.....	15
6. Классификация функций, задаваемых аналитическим способом.....	17
7. График функции.....	18
8. Четные, нечетные и периодические функции.....	20
9. Основные элементарные функции и их графики.....	23
10. Понятие сложной функции. Элементарные функции.....	26
11. Графики функций $f(x)+b$, $f(x+a)$, $f(x+a)+b$	29
12. Квадратичная функция.....	31
13. Графики функций $ f(x) $, $f(x)$, $ f(x) $	33
14. Графики функций $Af(x)$, $f(kx)$, $Af(kx+a)$	35
15. Графики функций $\sqrt{f(x)}$ и $\sqrt[3]{f(x)}$	38
16. Построение графиков суммы и произведения двух функций.....	40

Глава 2. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ

17. Понятие предела функции в точке.....	44
18. Свойства функций, имеющих предел.....	46
19. Замечательные пределы.....	49
20. Бесконечно малые в точке функции.....	52
21. Бесконечно большие в точке функции и их связь с бесконечно малыми.....	53
22. Непрерывность функции в точке.....	55
23. Непрерывность элементарных функций.....	59

Глава 3. ПРОИЗВОДНАЯ

24. Задача о проведении касательной к данной кривой.....	62
25. Задача о вычислении мгновенной скорости прямолинейно движущейся точки.....	63
26. Понятие производной от функции в точке.....	64

27. Вычисление производных от основных элементарных функций.....	66
28. Непрерывность функции, имеющей производную.....	70
29. Производная суммы, произведения и частного.....	72
30. Производная сложной функции.....	75
31. Вычисление производных обратных функций.....	77
32. Таблица производных сложных функций.....	79
33. Дифференциал функции.....	81
34. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.....	84
35. Производные высших порядков.....	85
36. Механический смысл производной второго порядка.....	87
37. Численное дифференцирование.....	88

Глава 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ

38. Исследование функций на возрастание и убывание.....	92
39. Экстремумы функций.....	95
40. Достаточные условия существования экстремума.....	97
41. Исследование функций на возрастание, убывание и экстремум в областях их определения.....	99
42. Задачи на экстремум практического содержания.....	101
43. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции.....	104
44. Второе правило исследования функции на экстремум....	106
45. Правило Лопиталя.....	108
46. Асимптоты графика функции.....	111
47. Общая схема исследования функции.....	115

Глава 5. ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

48. Первообразная данной функции.....	119
49. Понятие неопределенного интеграла.....	120
50. Таблица неопределенных интегралов.....	121
51. Свойства неопределенных интегралов.....	123
52. Интегрирование функций с помощью подведения множителей под знак дифференциала.....	125
53. Интегрирование по частям.....	127
54. Интегрирование методом подстановки.....	128
55. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции	130
56. Определенный интеграл.....	131
57. Основные свойства определенного интеграла.....	133

58. Оценка определенного интеграла.....	135
59. Теорема о среднем.....	137
60. Теорема о производной определенного интеграла по верхнему пределу.....	138
61. Формула Ньютона-Лейбница.....	140
62. Определенное интегрирование по частям.....	142
63. Замена переменной в определенных интегралах.....	144
64. Применения определенного интеграла.....	146
65. Приближенное вычисление определенных интегралов....	150

Глава 6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

66. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.....	154
67. Понятия о дифференциальных уравнениях.....	157
68. Задача Коши для дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядков.....	158
69. Непосредственно интегрируемые дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядков.....	159
70. Метод ломаных Эйлера приближенного решения дифференциального уравнения первого порядка.....	162
71. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.....	163
72. Дифференциальные уравнения вида $y' = f(ax+by+c)$	165
73. Однородные дифференциальные уравнения.....	167
74. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.....	170
75. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.....	172
76. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.....	173
77. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения	176
78. Простейшие случаи метода подбора для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.....	178
79. Исследование колебательного процесса.....	182