

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

М.А. Чичева

**Быстрые алгоритмы
дискретного косинусного преобразования**

Электронное учебное пособие

САМАРА

2010

Авторы: ЧИЧЕВА Марина Александровна,

В данном пособии рассмотрены быстрые алгоритмы дискретного косинусного преобразования (ДКП) различных длин. Показано применение ДКП в различных задачах обработки изображений. Для полноты изложения приведены основные сведения из теории быстрых алгоритмов дискретных преобразований. На ДКП основаны известные методы компрессии изображений (стандарты JPEG, MPEG и др.), эффективные методы фильтрации, методы извлечения признаков и т.д. Широкое применение ДКП обусловлено уникальным сочетанием его позитивных качеств. Во-первых, базисные функции ДКП для многих сигналов, описываемых моделями стационарных случайных процессов, близки к базисным функциям преобразования Карунена-Лоэва (ПКЛ), т.е. позволяют описывать сигнал с заданной точностью минимальным числом спектральных компонент. Во-вторых, в отличие от ПКЛ, для ДКП существуют быстрые алгоритмы вычисления. В-третьих, так называемое "четное периодическое" продолжение сигнала, предполагаемое в ДКП, позволяет устранить вредные краевые эффекты при блочной обработке изображений.

Пособие предназначено для магистров по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика", обучающихся по программе «Математические и компьютерные методы обработки изображений и геоинформатики».

1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ БЫСТРЫХ АЛГОРИТМОВ ДИСКРЕТНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

1.1. Постановка задачи, основные идеи

Дискретное косинусное преобразование (ДКП):

$$\hat{x}(m) = \lambda_m \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(\frac{\pi(n + \frac{1}{2})m}{N}\right), \quad (m = 0, \dots, N-1), \quad (1.1)$$

где λ_m - нормирующие множители [1]:

$$\lambda_m = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}}, & \text{при } m = 0, \\ \sqrt{\frac{2}{N}}, & \text{при } m \neq 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

является одним из основных дискретных ортогональных преобразований (ДОП), используемых в обработке изображений. В частности, ДКП длины $N=8$ является базовым преобразованием для целого ряда современных стандартов кодирования (JPEG, MPEG, ITU-T [25, 31]). Однако метод блочного кодирования с преобразованием (на котором основываются перечисленные стандарты) не в полной мере учитывает особенности *конкретного* изображения. Попытки построения *адаптивных* алгоритмов кодирования на основе ДКП [13, 21, 22, 28] связаны, обычно, с резким увеличением вычислительной сложности ДКП при возрастании длины преобразования. Это связано с тем, что быстрые алгоритмы (БА) ДКП при $N>8$ изучены в значительно меньшей степени, чем ДКП длины 8, которым посвящено множество работ [1, 9, 20, 25, 29].

Большинство из известных БА ДКП, синтезированных для преобразований произвольных длин обладают относительно низкой *асимптотической* арифметической сложностью, но не учитывают реализационной специфики "коротких" длин: относительно небольшого числа различных значений базисных функций, высоких требований к *структурной* простоте, которая при небольшой длине преобразования является определяющей характеристикой быстродействия и т.д.