

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ХАНТЫ-МАНСКИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСКИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.В. Иванова
С.А. Курманова

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА ***В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ***

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Направления подготовки
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленность
«Математика и Информатика»

Сургут, 2023

УДК 519.8:378.147(075.8)
ББК 22.18р30я73-9
И 18

Печатается по решению
Редакционно-издательского совета
БУ «Сургутский государственный
педагогический университет»

Рецензенты:

Мугаллимова Светлана Ринатовна, кандидат педагогических наук, доцент,
заведующий кафедрой высшей математики и информатики
Сургутский государственный педагогический университет

Далингер Виктор Алексеевич, доктор педагогических наук, профессор,
профессор кафедры математики и методики обучения математике
Омский государственный педагогический университет

И 18 **Иванова, А. В.**

Дискретная математика в примерах и задачах : учебно-методическое пособие : направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность «Математика и Информатика» / А. В. Иванова, С. А. Курманова ; Департамент образования и науки ХМАО – Югры, Бюджетное учреждение высшего образования ХМАО – Югры «Сургутский государственный педагогический университет». – Сургут : РИО БУ «Сургутский государственный педагогический университет», 2023. – 95, [1] с. – Текст : непосредственный.

Учебно-методическое пособие включает теоретические и практические материалы для организации лекционных, практических, семинарских и самостоятельных занятий по дисциплине «Дискретная математика». Пособие состоит из трех разделов, каждый из которых содержит главы и параграфы с теоретическим материалом, примерами решения типовых задач, задания для самостоятельного выполнения и вопросы для самопроверки, позволяющие проверить усвоение изложенного материала.

Пособие предназначено для бакалавров направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность «Математика и Информатика».

УДК 519.8:378.147(075.8)
ББК 22.18р30я73-9

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ГЛАВА 1. АЛГЕБРА ЛОГИКИ	6
1.1 ЛОГИКА ВЫСКАЗЫВАНИЙ	6
1.1.1 ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ, ФОРМУЛЫ ЛОГИКИ	6
1.1.2 НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ	11
1.2 БУЛЕВЫ ФУНКЦИИ	19
1.2.1 МИНИМИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ	19
1.2.2 ПОЛНОТА МНОЖЕСТВ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ	23
1.2.3 РЕЛЕЙНО-КОНТАКТНЫЕ СХЕМЫ	27
1.3 ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ	34
1.3.1 ПРЕДИКАТЫ. ОПЕРАЦИИ НАД ПРЕДИКАТАМИ	34
1.3.2 ВЫСКАЗЫВАНИЯ С КВАНТОРАМИ	36
ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ И АЛГЕБРА ПОДСТАНОВОК	41
2.1 БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ	41
2.2 ТЕОРИЯ ОТОБРАЖЕНИЙ И АЛГЕБРА ПОДСТАНОВОК	46
2.2.1 ОТОБРАЖЕНИЯ И ИХ СВОЙСТВА	46
2.2.2 АЛГЕБРА ПОДСТАНОВОК	47
ГЛАВА 3. ТЕОРИЯ ГРАФОВ	51
3.1 ГРАФЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ	51
3.1.1 ВИДЫ ГРАФОВ	51
3.1.2 СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРАФОВ	54
3.2 ОПЕРАЦИИ НАД ГРАФАМИ	59
3.2.1 БИНАРНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД ГРАФАМИ	59
3.2.2 УНАРНЫЕ ОПЕРАЦИИ НАД ГРАФАМИ	60
3.3 СВЯЗНОСТЬ ГРАФА	64
3.4 ДЕРЕВЬЯ. МИНИМАЛЬНЫЙ ОСТОВ	72
3.5 ЭЙЛЕРОВЫ И ГАМИЛЬТОНОВЫ ГРАФЫ ОБХОДЫ ГРАФОВ	79
3.5.1 ПОСТРОЕНИЕ ЭЙЛЕРОВА ЦИКЛА	79
3.5.2 ПОИСК ГАМИЛЬТОНОВА ЦИКЛА	80
3.5.3 ОБХОДЫ ГРАФОВ	80
3.6 РАСКРАСКА ГРАФА	87
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ	95

Математика учит точности мысли, подчинению логике доказательства, понятию строго обоснованной истины, а всё это формирует личность, пожалуй, больше, чем музыка.

А.Д. Александров

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дискретная математика – это раздел математики, изучающий свойства дискретных структур, которые возникают как в самой математике, так и в её приложениях. Анализ школьных программ и учебных пособий по информатике и математике показал необходимость серьезной подготовки будущих учителей математики и информатики в области дискретной математики.

Так, например, в школьных курсах информатики и математики нашли свое отражение вопросы, связанные с содержанием таких разделов дискретной математики как «Комбинаторный анализ» (задачи на различные способы предъявления объектов, на подсчет комбинаций, задачи на классификацию, на разрезание и перекладывание фигур и т.д., бином Ньютона), «Математическая логика» (формальный язык нулевого порядка, конечные функции, метод математической индукции), «Алгебраические системы», «Теория графов» (использование графов для описания информационных процессов, задача о кенигсбергских мостах, задача коммивояжера, задача о раскраске карт), «Теория кодирования» (алфавитное кодирование, системы счисления, криптография), «Теория алгоритмов» (элементы дескриптивной теории алгоритмов), «Теория формальных языков» (формальная система, интерпретация формальной системы).

Дисциплина «Дискретная математика» включена в учебный план по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность Математика и Информатик» в часть, формируемую участниками образовательных отношений.

Цель изучения данной дисциплины заключается в освоении способов математической деятельности на основе фундаментальных понятий и положений дискретной математики для решения задач профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование умения применять методы алгебры логики, необходимые для реализации образовательной программы;
- овладение системой основных математических понятий методов теории отображений и алгебры подстановок, необходимых для реализации образовательной программы;
- освоение способов применения алгоритмов теории графов для решения профессиональных задач.

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- ПК-1 - способен осуществлять обучение по образовательной программе на основе использования современных подходов и образовательных технологий;
- ПК-4 - способен развивать культуру мышления в процессе освоения математической деятельности на основе взаимопереходов знаковых систем.

В результате изучения дисциплины обучающийся овладеет следующими компонентами компетенций:

знать:

- содержание разделов дискретной математики;
- основную терминологию дискретной математики;
- правила символьной записи математических текстов на языке дискретной математики;
- исторические факты по становлению и развитию разделов дискретной математики;
- способы решения различных задач на изучение дискретных математических объектов и структур для осуществления внутри модельного решения;
- приложения дискретной математики для интерпретации полученного решения задач;
- фундаментальные основы дискретной математики;

уметь:

- осуществлять и фиксировать взаимопереходы знаковых систем в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;

- осуществлять математическое моделирование при изучении дискретных математических объектов и структур;
- осуществлять математические рассуждения в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;

владеть:

- умением выбирать способ представления математического текста с помощью знаковых систем в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;
- умением определять последовательность шагов для осуществления переходов знаковых систем для решения различных задач на изучение дискретных математических объектов и структур;
- умением осуществлять анализ и синтез математических объектов и процедур в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;
- умением оценивать целесообразность и корректность переходов знаковых систем при решении различных задач на изучение дискретных математических объектов и структур;
- умением выбирать модели и методы решения задач дискретной математики;
- умением строить математические модели при решении задач дискретной математики;
- умением осуществлять внутримодельное решение задачи дискретной математики;
- умением оценивать и интерпретировать полученное решение задачи дискретной математики;
- умением ставить цели учебной математической деятельности по изучению дискретных математических объектов и структур;
- умением выбирать методы решения задач дискретной математики;
- умением определять последовательность шагов для решения задачи дискретной математики на основе математических рассуждений;
- умением оценивать корректность математических рассуждений при решении различных задач на изучение дискретных математических объектов и структур;

иметь опыт:

- осуществления переходов знаковых систем в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;
- оценки целесообразности и корректности переходов знаковых систем в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;
- построения математических моделей в процессе изучения дискретных математических объектов и структур;
- оценки и интерпретации полученного решения задачи дискретной математики;
- логического анализа математических объектов и процедур в процессе изучения дисциплины.

Целью данного пособия является методическая поддержка проведения лекционных, практических, семинарских занятий по дисциплине «Дискретная математика». Содержание пособия ориентировано на комплексное освоение теоретических основ и практических умений по дисциплине.

Пособие состоит из 3 разделов: «Алгебра логики», «Теория отображений и алгебра подстановок», «Теория графов». Каждый раздел содержит главы и параграфы с теоретическим материалом, примерами решения типовых задач, задания для самостоятельного выполнения и вопросы для самопроверки, позволяющие проверить усвоение изложенного материала.

Иллюстрации и таблицы, представленные в пособии, содержат сквозную нумерацию.

Представленные списки рекомендуемой литературы помогут обучающимся в изучении дисциплины, при необходимости в углублении и закреплении полученных знаний.

Данное учебно-методическое пособие, в силу его содержательных и структурных особенностей, может быть полезным учителям, обучающимся высших учебных заведений и колледжей (в первую очередь – педагогических), обучающимся старших классов и всем, кто интересуется дискретной математикой.